

**В.А. КРЫЛОВА**, ассистент НТУ "ХПИ"

## МЕТОДИКА ВЫБОРА ПАРАМЕТРОВ ГНЕЗДОВЫХ СВЁРТОЧНЫХ КОДОВ

У статті запропоновані методи вибору параметрів гніздових згортальних кодів із змінними параметрами. На основі кордону Гільберта для гніздових кодів визначається вираз, який дозволяє визначити параметри гніздових згортальних кодів, адекватні топологічним характеристикам послідовності помилок на виході дискретного каналу та оптимальні до її статистичними характеристикам.

В статье предложены методы выбора параметров гнездовых сверточных кодов с переменными параметрами. На основе границы Гильберта для гнездовых кодов определяется выражение, которое позволяет определить параметры гнездовых сверточных кодов, адекватные топологическим характеристикам последовательности ошибок на выходе дискретного канала и оптимальные к ее статистическим характеристикам.

In the article methods of selecting parameters nesting zhortalnyh codes with variable parameters. Based on the Hilbert boundary for nesting codes defined expression used to define the parameters of breeding zhortalnyh codes, adequate topological characteristics of the sequence of errors at the output of the discrete channel and the best to its statistical characteristics.

**Постановка проблемы.** При построении адаптируемой системы кодирования-декодирования для передачи информации в сетях связи с использованием гнездовых свёрточных кодов, возникает проблема выбора параметров кода. Как известно из [1] параметрами гнездового свёрточного кода, которые меняют свои значения в зависимости от состояния канала связи, являются: длина кодовой комбинации ( $n_0$ ), длина кодового ограничения ( $\nu$ ) и порождающие полиномы ( $G$ ). В настоящее время отсутствуют методологические основы, которые позволяют увязать параметры кода со статистическими характеристиками ошибок в реальных каналах связи, главной из которых при выборе параметров кода является топология ошибок. Проблемы, связанные с выбором параметров корректирующих гнездовых свёрточных кодов ( $R=1/n$ ), обусловлены тем, что из вышеперечисленной тройки параметров кода, два из них априори должны быть заданы. Это обстоятельство является существенным ограничением при выборе кода, оптимального к статистике ошибок в реальных каналах связи. Выполненная ранее оценка потенциальных границ для вероятности ошибки декодирования позволяет снять указанное ограничение и увязать топологические характеристики разбиения последовательности ошибок на блоки с параметрами гнездовых свёрточных кодов.

**Целью статьи** является представление процедуры выбора параметров гнездовых свёрточных кодов. На основе границы Гильберта для гнездовых кодов со скоростью  $R=1/n$  определяется выражение, которое позволяет определить параметры гнездовых свёрточных кодов, адекватные топологическим характеристикам  $(n, m)$ -разбиений последовательности ошибок  $E(\nu)$  на выходе дискретного канала и оптимальные к ее статистическим характеристикам.

**Основная часть.** Для расчёта границы минимального расстояния для гнездовых свёрточных кодов воспользуемся уже полученными границами Варшамова-Гилберта, границей Плоткина, а также границей Элайеса для свёрточных кодов [2, 3].

1. Нижняя граница Варшамова-Гилберта для гнездовых свёрточных кодов с переменными параметрами.

Существует свёрточный код  $(vn_0, vk_0)$  с минимальным расстоянием, равным, по меньшей мере,  $d_g$  причем

$$\sum_{j=1}^{d_g-1} C_{n-k_0}^j \geq 2^{v(n_0-k_0)} . \quad (1)$$

Для гнездовых свёрточных кодов с  $R=1/n_0$

$$\sum_{j=1}^{d_g-1} C_{n-1}^j \geq 2^{v(n_0-1)} . \quad (2)$$

2. Расчёт границы Плоткина для гнездовых свёрточных кодов.

Минимальное расстояние свёрточного  $(vn_0, vk_0)$  кода с длиной кодового ограничения  $v$  удовлетворяет неравенству

$$d \leq d_b + (n_0 - k_0) \left[ \frac{2^{d_b} - 2 - v(n_0 - k_0)}{k_0} \right], \quad (3)$$

где  $d_b$  – наибольшее целое число  $i$ , такое что  $2^i - 2 - \log_2 i \leq v(n_0 - k_0)$ .

3. Расчёт границы Элайеса для гнездовых свёрточных кодов.

Усечением свёрточного кода с длиной блока  $n=vn_0$ , где  $v$  произвольно, получим блочный код длины  $n$ . Скорость этого блочного кода также равна  $R$ , так как каждые  $k_0$  информационных символов кодируются  $n_0$  символами кодового слова. Минимальное расстояние этого усеченного кода не больше минимального расстояния наилучшего блочного кода. Следовательно, любая верхняя граница минимального расстояния блочного кода является также верхней границей минимального расстояния свёрточного кода.[2]

$$n - k \geq \log_2 C_n^v - \log_2 d \quad (4)$$

$$\text{где } v = 0,5 \cdot n \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{d-1}{2}} \right).$$

В зависимости от помеховой обстановки в канале передачи дискретной

информации возможны следующие различные задачи, связанные с проблемами выбора параметров и построения, на их основе корректирующих гнездовых свёрточных кодов ( $R=1/n$ ):

- построение кода с максимальным значением  $d_{min}$  при заданных  $n$  и  $v$ ;
- построение кода с максимальным значением  $v$  при заданных  $n$  и  $d_{min}$ ;
- построение кода с максимальным значением  $n$  при заданных  $v$  и  $d_{min}$ .

Как следует из перечисленных задач, из тройки параметров кода, два из них априори должны быть заданы. Это обстоятельство является существенным ограничением при выборе кода, оптимального к статистике ошибок в реальных каналах связи.

Выполненная ранее оценка потенциальных границ для вероятности ошибки декодирования позволяет снять указанное ограничение и увязать топологические характеристики разбиения последовательности ошибок на блоки с параметрами свёрточных. Это следует из равенств

$$\sum_{v=1}^m v \cdot S_v^{[m]} = \sum_{v=1}^m v \cdot S_v^{[n]}, \quad (5)$$

$$P_{ош.дек}^* = \frac{\bar{p}_\sigma \cdot n - \sum_{v=1}^m v \cdot P(v, n)}{n}, \quad (6)$$

при выполнении условия:

$$\sum_{v=m+1}^n v \cdot S_v^{[n]} = 0 \quad (7)$$

При этом длина  $n$ -последовательности ошибок  $e^{[n]}(v)$  адекватна кодовой длине блока  $n$ , а  $m$  ( $m > v$ ) является весовой функцией ошибки на  $e^{[n]}(v)$ , минимизирующей значение потенциальной вероятности ошибки декодирования на множестве  $(n, m)$  - разбиений последовательности ошибок и связанной с минимальным кодовым расстоянием соотношением

$$m = \frac{d_{min} - 1}{2} \quad (8)$$

откуда  $d_{min} = 2m + 1$ .

После некоторых преобразований нижней границы Варшавова-Гилберта (формула 1) получаем

$$v_{min} \geq n - \log_2 \sum_{j=1}^{d_g-1} C_{n-1}^j \quad (9)$$

Из (9) следует выражение

$$R \geq 1 - \frac{\log_2 \sum_{j=1}^{d_g-1} C_{n-1}^j}{n} \quad (10)$$

для оценки нижней границы гнездового свёрточного кода скорости  $R=1/n$ . Таким образом, используя (8–10) представляется возможным определить параметры гнездовых свёрточных кодов, адекватные топологическим характеристикам  $(n, m)$  – разбиений последовательности ошибок  $E(v)$  на выходе дискретного канала и оптимальные к ее статистическим характеристикам.

Разработанная методика расчета, и оптимизации параметров помехоустойчивых кодов на статистике ошибок дискретного канала в полной мере применима к оценкам гнездовых сверточных кодов. В отличие от блочных кодов имеющих фиксированную длину кодового слова  $n$ , в сверточных кодах нет определенного размера кодового слова. Однако с помощью процедуры периодического отбрасывания сверточным кодам придают блочную структуру. Определение сверточного кода использует принцип, по которому проверочные символы кода являются линейной комбинацией от ряда предшествующих информационных символов.

Расчет вероятности ошибки на бит на выходе декодера максимального правдоподобия сводится к вычислению по формуле

$$P_e \leq \sum_{d=d_f}^{\infty} a_d P_d \quad (11)$$

где:  $C_k$  – набор коэффициентов для различных  $d \geq d_f$ , называемый спектром весов свёрточного кода;  $P_d$  – вероятность выбора при декодировании ошибочного пути веса  $d=k$ .

Таким образом, параметры гнездовых сверточных кодов при помощи  $(n, m)$  – разбиения на последовательности ошибок на выходе дискретного канала связи определяется соотношениями (8-10), а их эффективность может быть оценена в соответствии с формулой (11).

**Список литературы:** 1. Крылова В.А. Метод синтеза гнездовых свёрточных кодов с переменными параметрами / Крылова В.А. – Х.: НТУ "ХПИ", №11 2011.г. с. 80. 2. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующая ошибки / Блейхут Р. М.: Мир, 1986, 576 с. 3. Кларк Дж. Мл, Кейн Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи. Пер. С англ. – М.: Радио и связь, 1987.г. с. 392. 4. Viterbi A.J. Convolutional codes and their performance in communication systems / Viterbi A.J. // IEEE Trans. Communicat. Tech., 2003, pp. 337.

Поступила в редколлегию 06.11.2011